

Ramiro Caso

Universidad de Buenos Aires

Nombrar y predicar en la teoría semántica de Frege

Las siguientes tres oraciones:

- (1) Rocinante es un caballo,
- (2) El caballo es un animal,
- (3) El caballo es un Rocinante*,

ponen de relieve diversas intuiciones. Nadie discutirá que en (1) los términos 'Rocinante' y 'caballo' cumplen funciones muy diferentes; asimismo, 'caballo' parece cumplir en (2) una función análoga a la que 'Rocinante' cumple en (1), y por tanto una función diferente a la que 'caballo' cumplía en dicha oración, función que en (2) es desempeñada por 'animal'. En cambio, no es posible hacer la transposición análoga para el caso de un nombre propio, dado que (3) es sencillamente agramatical. De estas consideraciones parece seguirse en primer lugar que hay dos funciones diferentes dentro de una oración, la función sujeto y la función predicado, y que los términos que desempeñan cada una de estas funciones operan de manera diferente unos de otros; y, en segundo lugar, que, mientras que un término singular sólo puede ocupar una posición no predicativa, un mismo término general puede ocupar cualquiera de estas dos posiciones indistintamente (no cumpliendo en consecuencia con ninguna función peculiar fuera de un contexto determinado).

Es deseable que una buena teoría del lenguaje natural sea capaz de explicar estas intuiciones. Tarea de las siguientes secciones será desarrollar la respuesta fregeana a estas cuestiones, y evaluar en qué medida una teoría semántica que se comprometa con ella puede constituir una descripción adecuada del lenguaje.

I

La manera usual de explicar estas intuiciones es suponer dos funciones semánticas

diferentes, una función denotativa o referencial, propia de los términos singulares, y una función predicativa, peculiar de los términos generales; *grosso modo*, dos tipos de expresiones que “apuntan a” las mismas entidades, pero mediante mecanismos semánticos diferentes (la referencia, en el caso de los términos singulares, y una función caracterizadora de lo referido, en el caso de los términos generales). La solución fregeana, en cambio, adopta la forma inversa: ambos tipos de expresiones comparten un mismo mecanismo semántico, la referencia, y la diferencia entre ellas radica en el tipo de entidad referida en cada caso.

Uno de los rasgos más peculiares de la filosofía fregeana del lenguaje es la elegante simetría existente entre el nivel lingüístico, por un lado, y el ontológico, por el otro. Todas las entidades pertenecen a una de dos categorías generales: o bien son objetos o bien son funciones; ninguna entidad es a la vez objeto y función; objetos y funciones se caracterizan (y diferencian) por ser los primeros entidades saturadas, completas, no necesitadas de complementación, y las segundas, entidades insaturadas, incompletas o necesitadas de complementación por parte de un objeto. De manera similar, todas las expresiones referenciales de un lenguaje son o bien nombres propios, o bien expresiones de función; ninguna expresión referencial de un lenguaje es a la vez nombre propio y nombre de función; nombres propios y expresiones de función se caracterizan (y diferencian) por ser los primeros expresiones saturadas, completas, no necesitadas de complementación, y las segundas, expresiones insaturadas, incompletas o necesitadas de complementación por parte de una expresión saturada (para constituir una expresión saturada). Además, los nombres propios sólo refieren a objetos, y los objetos son referidos únicamente a través de nombres propios. Las expresiones de función refieren solamente a funciones, y las funciones son designadas únicamente por expresiones de función.

De modo que para toda expresión referencial es posible (en principio al menos) individuar el tipo de expresión del que se trata según el tipo de contribución que realiza a las condiciones de verdad¹ de un enunciado que la contiene. En el marco de la teoría fregeana, los términos singulares se caracterizan por contribuir con objetos (y sólo con ellos), mientras que los términos generales se caracterizan por contribuir con funciones (y sólo con ellas). Así, la diferencia entre un predicado y un nombre propio no se explica en términos de funciones semánticas diversas, sino en tipos de contribución diferentes mediante una función semántica idéntica: los nombres propios aportan objetos, los predicados, conceptos y relaciones.

¹ Donde “condiciones de verdad” debe entenderse, en un sentido laxo, como aquellas condiciones que, de darse, harían verdadero un determinado enunciado.

En el marco de un lenguaje como éste, la explicación de las intuiciones reveladas por (1) – (3) se da una vez que se ha realizado la formalización de las mismas. La formalización fregeana consiste en dar una estructura, en términos de funciones y argumentos, o de predicados lógicos y términos de individuo, que reemplace la estructura de sujeto y predicado gramaticales de los lenguajes naturales. La gramática de un lenguaje de este tipo asegura que toda expresión del mismo corresponda a una categoría gramatical, y que pertenezca a lo sumo a una de ellas. Así, (1)-(3) resultan analizadas como:

(4) $F(a)$

(5) $(x)(F(x) \supset G(x))$

(6) $a(F)^*$

La diferencia de función que parecía depender del lugar ocupado en la oración se revela ahora como diferencia en la posición dentro de una estructura de función-argumento: términos singulares figuran sólo como argumentos de funciones, mientras que términos generales funcionan únicamente como expresiones de función, y no como argumentos de las mismas². La imposibilidad de que un término singular ocupe posición predicativa se explica por su imposibilidad de ser una función. Términos generales en posición de sujeto gramatical son en realidad términos generales en posición predicativa, esto es, funcionando como términos de función, y no como argumentos de funciones de orden superior³. El sujeto gramatical es eliminado en favor de una cuantificación universal (a lo sumo es un enunciado acerca de subordinación entre conceptos).

II

No parece haber nada inherentemente erróneo en la idea de que términos singulares y generales tienen a grandes rasgos el mismo comportamiento semántico, ni en la idea de que los términos generales contribuyen con entidades diferentes en tipo respecto de las entidades con las cuales contribuyen los términos singulares. Sin embargo, la propuesta fregeana parece tener un punto oscuro que es necesario considerar, y que involucra las nociones de

² Siempre limitándonos a lenguajes de primer orden, desde luego.

³ Ignoro aquí la complicación que introduce la interpretación fregeana de los cuantificadores como funciones de segundo orden.

concepto y extensión de concepto: los primeros parecen poder reducirse a los segundos.

Frege adhiere a lo que podríamos llamar el *Principio de extensionalidad para conceptos*, que puede establecerse como sigue: dos conceptos F y G son idénticos si y sólo si sus extensiones son idénticas⁴,

$$(PEC) F = G \text{ ? } \{x:Fx\} = \{x:Gx\}^5$$

Ahora bien, como todo concepto F es una función monádica, puede reducirse a un conjunto de duplos ordenados cuyo primer elemento es un elemento del dominio del concepto, y cuyo segundo elemento es siempre uno de los dos valores veritativos:

$$F = \{ \langle d_1, V \rangle, \langle d_2, V \rangle, \dots, \langle d_n, F \rangle, \dots \}$$

Dos conceptos son el mismo concepto si (y sólo si) coinciden en todos y cada uno de estos pares ordenados⁶.

La *extensión de un concepto* F es aquel conjunto de objetos que caen bajo F (que satisfacen la función oracional 'Fx'): $E(F) = \{x:Fx\}$. Como todo concepto es una función, la extensión de F es simplemente un subconjunto del dominio de F , el subconjunto de aquellos argumentos a los cuales corresponde el valor veritativo *verdadero* como valor de la función.

Ahora bien, dado que un concepto se encuentra definido enteramente por el conjunto de duplos ordenados que tienen por primer elemento un individuo del dominio de F , y por segundo elemento uno de los dos valores veritativos (y dado que (PEC) parece indicar, de manera un tanto más restrictiva, que no hay nada más en un concepto F que su extensión), la consecuencia que parece seguirse es que parece borrarse la diferencia entre concepto y extensión de concepto, haciendo plausible la reducción del primero al segundo (esta plausibilidad es la que explotan las lecturas extensionalistas de Frege).

Sin embargo, aunque una lectura extensionalista pueda tener plausibilidad *per se*, no puede considerarse como fregeana en sentido estricto. Primero, a causa de que tiene la

⁴ Cfr. Frege (1892-5), p. 97, ll. 4-6.

⁵ Frege rechazaría esta formulación, puesto que F y G funcionan como nombres propios, y no designan por tanto conceptos; desde luego, esto depende de entender '=' como un predicado de primer orden; pero consideramos definido un predicado '=' de segundo orden, que admite conceptos como argumentos; de manera más general, consideramos definidos indefinidos predicados de identidad según la categoría gramatical de sus argumentos: '=N', '=S/N', '=S/(S/N)' etc..

⁶ Lo mismo puede generalizarse para relaciones n-ádicas. De ahora en más hablaré de conceptos, no haré la extensión a relaciones, por ser sencilla.

consecuencia de reducir los conceptos a objetos (puesto que los conjuntos son objetos), y por ello, de determinar objetos como referencia de las expresiones de función; se pierde con ello la posibilidad de explicar la asimetría entre términos singulares y generales apelando a la diferencia en el tipo de entidades designadas en cada caso. Así por ejemplo en Frege (1892-5):

Es fácil que a uno se le ocurra entonces tomar la extensión de concepto por la referencia del término conceptual; pero con ello se pasaría por alto que las extensiones de concepto son objetos y no conceptos [...].⁷

Segundo, porque la lectura extensionalista viola otra posición fundamental fregeana, en este caso concerniente a la naturaleza misma de los conjuntos, como se lee en Frege (1895):

Considero fallido el intento de basar la extensión del concepto como clase no sobre el concepto sino sobre los objetos individuales. [...] La extensión de un concepto no consta de los objetos que caen bajo el concepto, como un bosque de árboles, sino que tiene en el concepto mismo su único sostén (*Halt*). Así, *el concepto tiene primacía lógica sobre su extensión*.⁸

Asimismo en Frege (1891) se lee:

En algunos usos del modo de expresión habitual en matemáticas, la palabra “función” corresponde ciertamente a lo que aquí he llamado recorrido de una función. Pero *la función*, en el sentido de la palabra utilizado aquí, *es lógicamente anterior*.⁹

Se sigue bastante naturalmente (a) que para cada concepto F existe un único conjunto C tal que $C = \{x:Fx\}$, y que para cada conjunto C existe un único concepto F tal que C es su extensión; (b) que los conjuntos existen únicamente en tanto que extensiones de algún concepto. No puede, en consecuencia, atribuirse a Frege una lectura extensionalista de los conceptos. Esto parece dejarnos con una noción oscura de *concepto*, cuya naturaleza queda sin explicar, y cuya especificidad (por oposición a la especificidad de la noción de extensión) resulta difícil de determinar.

⁷ Frege (1892-5), p. 90.

⁸ Citado en Torretti (1998), p. 2, n. 3; cursiva nuestra.

⁹ Frege (1891), p. 26, n.5; cursiva nuestra.

III

Aún si estuviéramos dispuestos a aceptar una lectura extensionalista de los conceptos fregeanos (y con esto, a librarnos de ontologías “indeseables”, identificando la referencia de un predicado con el conjunto de objetos a los cuales dicho predicado se aplica), es posible plantear la pregunta: ¿puede una teoría semántica que adhiera a estas soluciones fregeanas ser una buena teoría acerca del lenguaje natural? En este respecto, hay un problema que es necesario considerar, y que afecta el modelo semántico fregeano para términos generales. Puede formularse como sigue: ¿puede ser adecuada una teoría semántica que se comprometa con conceptos fregeanos (entiéndanse como se entiendan) como valor semántico de los predicados?

La decisión de considerar la extensión de un concepto como un conjunto tiene consecuencias importantes para la caracterización de lo que es un concepto fregeano. Hemos visto que para todo concepto F su extensión es el conjunto de aquellos objetos que satisfacen la función proposicional ' $F(x)$ ' (esto es, $\{x:Fx\}$). Podemos formular sobre esta base dos tesis centrales de lo que podría denominarse una teoría fregeana de los conceptos:

(T1) Los conceptos son funciones cuyo valor es siempre un valor veritativo

(T2) A cada concepto está asociado un conjunto bien determinado que constituye la extensión de ese concepto

Para que el conjunto sea bien determinado se requiere que sea posible determinar su extensión, esto es, que sea posible determinar, para cada objeto, si pertenece o no a dicho conjunto. Esto involucra la existencia¹⁰, para ese conjunto, de algún procedimiento efectivo. Y puesto que todo conjunto es la extensión de algún concepto, este procedimiento efectivo requiere de alguna manera estar asociado al concepto mismo en la forma de un conjunto de condiciones necesarias y conjuntamente suficientes para determinar en cada caso si un individuo cae o no bajo ese concepto¹¹ (condiciones necesarias y suficientes que determinen la aplicación del concepto). Es una tesis fregeana más general que para todo concepto existe un conjunto de condiciones que determinan su aplicación en todo caso. Esto es compatible con la tesis semántica fregeana de que ninguna expresión de un lenguaje puede tener por referencia una función parcial (de hecho, la dirección de la motivación en Frege parece ser la

¹⁰ La existencia no implica, desde luego, ni requiere, que sea conocido.

¹¹ Cfr. Frege (1891), p. 36.

inversa: *dado* que todo concepto es una función bien definida, no deben admitirse funciones parciales como denotaciones de expresiones functoriales). Desde el momento en que a todo concepto hay asociado un conjunto que es su extensión, es imposible concebir un concepto que sea una función parcial; esta tesis semántica es, para el caso de los términos generales, redundante (un concepto parcial no es un concepto en absoluto).

Ahora estamos en posición de enunciar las tesis del modelo semántico fregeano para términos generales:

(T3) Los términos generales son expresiones referenciales

(T4) Las referencias de los términos generales son conceptos

Ahora bien (y esto no parece ser más que una variante de la crítica pragmática a la concepción clásica de los conceptos – en el peor de los casos, una repetición de la misma), resulta evidente la tensión que surge entre (T1) y (T2), por un lado, y (T3) y (T4), por el otro, a la hora de dar una representación adecuada de un lenguaje natural. Pues en tales lenguajes no todo predicado es tal que existe un conjunto de condiciones necesarias y conjuntamente suficientes que permitan determinar su extensión.

Es el caso particular de los predicados llamados vagos o difusos, aquéllos que poseen, junto con casos claros de aplicación y no aplicación, casos no claros de aplicación de los mismos. Ejemplos de ellos son *alto*, *calvo*, *inteligente*, *azul claro*, etc.. Predicados como estos abundan en el lenguaje natural. Una peculiaridad de estos predicados es que no es posible determinar de manera exacta su aplicación, dado que no es posible decidir, para todo objeto, si satisface o no la función oracional correspondiente. Dos cosas cabe destacar de estos predicados. Primero, que no son vagos o difusos porque no sea posible determinar, para todo objeto, si se le aplica o no dicho predicado; sino más bien que son vagos porque no existe un procedimiento efectivo que permita hacerlo. Podría imaginarse que sólo existen en el mundo personas completamente calvas y personas sin la más mínima alopecia. Esto no sería suficiente, sin embargo, para hacer de 'calvo' un predicado no difuso. La razón de esto es que, ante un caso nuevo, no claro, no sería posible establecer de manera *no arbitraria* si satisface o no el predicado. Segundo, que la vaguedad no consiste en un problema meramente epistémico: no se trata simplemente de que ignoremos condiciones necesarias y conjuntamente suficientes que de hecho existen, asociadas a todo predicado, sino de la inexistencia de tales condiciones: los casos indecibles son *realmente* indecibles de manera no arbitraria. Poco o nada se gana sosteniendo que la indeterminación es sólo

epistémica, y que la extensión se encuentra de hecho determinada, aunque ignorada por nosotros: esto únicamente nos deja con una brecha irremontable entre una determinación ontológica no accedida, y una indeterminación epistémica no superada¹².

La lección que extrae Frege de estos predicados es que a ellos no corresponde concepto alguno como su denotación. La razón debe ser ya evidente: todo concepto es una función completamente definida; a todo predicado vago corresponde, a lo sumo, una función parcial. Pero una función parcial no puede ser admitida como denotación de términos de un lenguaje, de modo que un término general que no refiere a un concepto no refiere en absoluto; en particular, los predicados difusos de un lenguaje carecen por completo de referencia¹³.

La existencia de estos predicados en un lenguaje lleva en consecuencia a una disyuntiva: si se desea mantener la tesis semántica según la cual los conceptos son el valor semántico de los predicados, entonces o bien se mantiene la concepción fregeana (clásica) de los conceptos, y se concluye que a tales predicados vagos no corresponde concepto alguno; o bien se asignan conceptos como valores semánticos de esos predicados, y se abandona la concepción clásica de los conceptos. La primera alternativa implica renunciar a toda pretensión de dar una descripción adecuada del lenguaje natural (pues efectivamente un predicado es lo mismo un predicado incluso cuando no tenga una extensión bien determinada)¹⁴. La segunda, a su vez, implica buscar otra teoría de los conceptos que permita encontrar conceptos que constituyan el valor semántico de predicados difusos. Es avanzando en esta segunda dirección que deseo concluir este trabajo.

El mantener las tesis (T3) y (T4) correspondientes al modelo semántico fregeano obliga a introducir modificaciones en una o más tesis de la teoría de los conceptos. En particular, ya no es posible sostener que la extensión de un concepto es un conjunto bien determinado [(T2)]. En consecuencia, o bien no hay un conjunto que sea la extensión de un concepto, o bien debe asociarse como extensión del mismo un conjunto no bien determinado. En este punto, la noción de *conjunto difuso* permite mantener (T2) reformulada del siguiente modo:

(T2') A cada concepto está asociado un conjunto difuso que constituye la extensión de ese concepto

Resulta claro que (T2) es un caso particular de (T2'), dado que un conjunto bien

¹² La situación es más embarazosa cuanto más reflexionamos sobre el hecho de que realmente son los predicados de un lenguaje natural para los cuales es posible determinar de manera exacta su extensión.

¹³ Cfr. Frege (1892-5), p. 97.

¹⁴ Ésta es, como hemos visto, la alternativa elegida por Frege.

determinado es un caso particular (o límite) de conjunto difuso. Un *conjunto difuso* se caracteriza por el hecho de que sus miembros poseen grados de pertenencia al mismo, grados que varían entre 0 y 1¹⁵. Un conjunto bien determinado puede ser caracterizado como un conjunto difuso cada uno de cuyos miembros pertenece a él en grado 1. Si se introduce también una lógica difusa, es posible asignar a las oraciones que poseen predicados difusos un grado de verdad que varía, nuevamente, entre 0 y 1 (siendo 0 y 1, respectivamente, equivalentes a los dos valores veritativos de la lógica clásica). Esto permite mantener (T1) reformulada como:

(T1') Los conceptos son funciones cuyo valor es siempre un grado de valor veritativo entre 0 y 1

No es mi intención desarrollar aquí, ni siquiera en sus líneas más generales, una lógica difusa. Sólo resta agregar al respecto que las conectivas e inferencias de la lógica difusa se comportan de manera clásica para los valores absolutos. De manera que puede verse la adopción de conjuntos y lógicas difusas como una extensión no arbitraria, al lenguaje natural, del modelo semántico y de la teoría de los conceptos que Frege desarrolla explícitamente para un lenguaje formal. Las características aparentemente indeseables de esta extensión (abandono de la bivalencia, adopción de conjuntos difusos y comportamientos no clásicos de las conectivas) pueden verse simplemente como una restricción impuesta por el lenguaje natural a una lógica que permita describirlo de manera adecuada.

¹⁵ La variación entre 0 y 1 puede darse de manera continua o discreta; y, en este último caso, de manera finita o infinita.

Bibliografía:

- Ajdukiewicz, Kasimiriez. 1935. "Die syntaktische Konnexität", *Studia Philosophica*, 1935, 1, pp. 1-27.
- Bar-Hillel, Yehoshua. 1950. "On syntactical categories", *Journal of symbolic logic*, 1950, 15, pp. 1-16.
- Burgess, John. 2003. *Fixing Frege*. Princeton: Princeton University Press.
- Evans, Gareth. 1982. *The varieties of reference*. Oxford: Clarendon Press.
- Frege, Gottlob. 1891. "Funktion und Begriff", Vortrag, gehalten in der Sitzung vom 9. Januar 1891 der Jenaischen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft, Jena: Hermann Pohle, 1891; "Función y concepto", en Frege, Gottlob, *Estudios sobre semántica*, (versión castellana de Ulises Moulines), Barcelona: Folio, 2000; pp. 18-48.
- . 1892a. "Über Sinn und Bedeutung", *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 100 (1892), pp. 25-50; "Sobre sentido y referencia", en Frege, Gottlob, *Estudios sobre semántica*, (versión castellana de Ulises Moulines), Barcelona: Folio, 2000; pp. 51-86.
- . 1892b. "Über Begriff und Gegenstand", *Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Philosophie*, **16** (1892): pp. 192-205; "Sobre concepto y objeto", en Frege, Gottlob, *Estudios sobre semántica*, (versión castellana de Ulises Moulines), Barcelona: Folio, 2000; pp. 105-125.
- . 1892-5. "Ausführungen über Sinn und Bedeutung", Hermes, H., Kambartel, F., Kaulbach, F. (eds.). 1969. *Nachgelassene Schriften*, Hamburgo: Felix Meiner; pp. 128-136; "Consideraciones sobre sentido y referencia (1892-1895)", en Frege, Gottlob, *Estudios sobre semántica*, (versión castellana de Ulises Moulines), Barcelona: Folio, 2000; pp. 89-101.
- . 1895. "Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik", *Archiv für systematische Philosophie*, I, pp. 433-456; citado en Torretti, Roberto. 1998. *El paraíso de Cantor*. Santiago de Chile: Editorial Universitaria, Universidad Nacional Andrés Bello
- . 1904. "Was ist eine Funktion?", *Festschrift Ludwig Boltzmann gewidmet zum sechzigsten Geburtstage, 20. Februar 1904*, S. Meyer (ed.), Leipzig: Barth, 1904, pp. 656-666; "¿Qué es una función?", en Frege, Gottlob, *Estudios sobre semántica*, (versión castellana de Ulises Moulines), Barcelona: Folio, 2000; pp. 175-188.
- Mendelson, Richard. 2005. *The philosophy of Gottlob Frege*, Cambridge: Cambridge University Press.

- Simpson, Thomas M. 1964. *Formas lógicas, realidad y significado*. 2da. edición. Buenos Aires: EUdeBA.
- Torretti, Roberto. 1998. *El paraíso de Cantor*. Santiago de Chile: Editorial Universitaria, Universidad Nacional Andrés Bello.