Resumen del capítulo 7 (Variations and Loose Ends) de Beall & Restall – *Logical Pluralism*

Lucas Rosenblatt

En los capítulos 4, 5 y 6 se presentaron distintas maneras de obtener una noción de consecuencia lógica instanciando (admisiblemente) GTT. En este capítulo se exploran otros modos en que podemos obtener una relación de consecuencia. Esta vez el pluralismo viene de la mano de las lógicas libres y las lógicas de orden superior. El pluralismo suscitado por éstas últimas obliga a distinguir dos formas de pluralismo: el interlinguístico (o carnapiano) y el intralingüístico (defendido por Beall y Restall (B & R, de aquí en adelante)). El capítulo contiene, además, un análisis de varias posiciones paraconsistentes (incluyendo el dialeteismo) y un argumento a favor de la compatibilidad del pluralismo con el dialeteismo.

Lógicas libres

<u>Definición:</u> Una lógica es *libre* si sus términos singulares (y/o generales) pueden no tener denotación.

De la definición anterior se sigue que el rasgo inferencial determinante para atribuirle el adjetivo ´libre` a una lógica es el rechazo del siguiente argumento:

$\forall xGx \vdash Gt$,

ya que ´t` puede no denotar ningún objeto del dominio sobre el que cuantifica ´$\forall$`. La lógica clásica de predicados[1] no es libre en este sentido ya que cada nombre debe tener una denotación en el dominio.

<u>Definición</u>: Una lógica es *universalmente* libre (o *inclusiva*) si, además de permitir términos no denotativos, admite que el dominio de cuantificación sea vacío.

La diferencia entre la lógica clásica de predicados y una lógica (universalmente) libre está en el conjunto de inferencias que se admiten como válidas. Además del caso de la instanciación del universal, una inferencia inválida en las lógicas universalmente libres pero válida en la lógica clásica es la siguiente:

$\forall xFx \vdash \exists xFx$

Esto se debe a que en un modelo con dominio vacío ´$\exists xFx$` puede ser falsa siendo ´$\forall xFx$` verdadera.

Estas consideraciones son suficientes para advertir que la lógica clásica (en la versión modelo-teórica) y las lógicas libres son instanciaciones admisibles de GTT y que, por tanto, se genera otra forma de pluralismo.

Para mostrar que el pluralismo entre la lógica clásica y las lógicas libres también puede generarse si construimos la semántica en términos de NTP, B & R toman algunas observaciones de Philip Bricker en torno a la posibilidad de que nada exista. Bricker argumenta que cuando combinamos la semántica usual de mundos posibles con una concepción *realista* de los mundos posibles como la de Lewis (en la cual los mundos

[1] Lo mismo vale para la lógica intuicionista y la relevante.

posibles son espacio-tiempos máximamente conectados (*maximally connected spacetimes*)), hay ciertos mundos que quedan injustificadamente descartados. Uno de ellos es el mundo posible en el que nada existe.

La razón de esto es que si entendemos los mundos posibles *à la Lewis*, no puede darse que un mundo posible incluya regiones espacio-temporales desconectadas del resto. Esto implicaría, en particular, que no hay un mundo posible donde nada existe, ya que dicho mundo no cumpliría con la caracterización de Lewis.

Para evitar esta dificultad (y algunas otras que no mencionaré aquí) Bricker propone, por un lado, ser realistas en un sentido no lewisiano y, por otro, construir la semántica de otro modo. La manera usual de interpretar el discurso modal consiste en tomar cada mundo posible (aislado) como unidad de evaluación. Un enunciado A es posible si y sólo si hay un mundo posible en el cual A es verdadero.

En la propuesta de Bricker se toma una colección de mundos posibles como unidad de evaluación. Decimos que un enunciado A es posible si y sólo si hay una *colección de mundos* en la cual A es verdadero.

Como ahora tomamos colecciones de mundos como unidades de evaluación, a la hora de evaluar un enunciado, uno de los casos que deberemos considerar es aquel en el que la colección de mundos es vacía. Se admite, entonces, la posibilidad (i.e. la colección vacía de mundos posibles) en la cual nada existe.

La construcción de Bricker nos proporciona una relación de consecuencia libre, mientras que en la semántica de mundos posibles habitual, la relación de consecuencia no es libre. ¿Hay algún hecho o cuestión fáctica que nos permita decidir si NTP libre (versión de Bricker) es correcta o si NTP no-libre (versión habitual) es correcta? Si la respuesta es no, entonces tenemos más pluralismo.

Lógica de segundo orden y de orden superior

En la lógica de primer orden (LPO) cuantificamos sobre objetos. La lógica de segundo orden (LSO), además de permitir la cuantificación sobre objetos, permite la cuantificación sobre propiedades y relaciones. La lógica de tercer orden va aún más lejos, permitiendo la cuantificación sobre propiedades de propiedades, propiedades de relaciones, etc. Esto continúa indefinidamente.

Por la existencia de algunos resultados metateóricos que valen para LPO y no valen para las lógicas de orden superior, algunos han sostenido que éstas últimas no son teorías propiamente lógicas sino más bien teorías matemáticas. Otros, en cambio, han argumento que dado que podemos definir (semánticamente) las nociones de consecuencia de orden superior tan precisamente como definimos la relación de consecuencia de primer orden, las lógicas de orden superior son teorías lógicas. Esto ha generado cierto debate acerca del estatus de las lógicas de orden superior y, en particular, de LSO.

La diferencia fundamental entre LPO y LSO es que ésta no es axiomatizable (al menos de manera satisfactoria) mientras que aquella sí lo es. No hay una lista (ya sea finita o infinita) de axiomas y reglas que capturen todos los argumentos válidos de segundo orden. Nótese, sin embargo, que al caracterizar la noción preteórica de consecuencia, B & R no mencionan la axiomatizabilidad como una condición imprescindible con la que cualquier precisificación de GTT debe cumplir. De modo que hasta que no se dé un argumento convincente de que la axiomatizabilidad completa es una condición que forma parte de la noción preteórica de consecuencia (junto con la necesidad, la normatividad y la formalidad), podemos precisificar admisiblemente GTT de modo tal de obtener una *lógica* de segundo orden.

Así pues, podemos ser pluralistas en un sentido obvio si creemos que tanto la lógica de primer orden como la de segundo orden son admisibles.

Como con las otras precisificaciones, la LSO también tiene aplicaciones interesantes que puedan hacerla entrar en conflicto con la LPO. Por ejemplo, quizás sea aconsejable mantenernos en primer orden si queremos que todas nuestras inferencias (semánticamente) válidas tengan un correlato finitista en la teoría de la prueba. Pero, si queremos expresar ciertos conceptos matemáticos, o si queremos resucitar el proyecto logicista, podría resultar de mucha utilidad admitir cuantificadores de segundo orden.

Lenguajes y lógicas

Esta última variación de pluralismo (entre LPO y LSO) parece distinta de las anteriores. Mientras que en las ateriores el lenguaje era el mismo y lo que cambiaba era el modo de dar la semántica, en esta variación queda claro que el lenguaje también ha cambiado. En este sentido, el pluralismo defendido en la sección anterior es muy similar al pluralismo defendido por Rudolf Carnap en *The Logical Syntax of Language*:

"*In logic, there are no morals*. Everyone is at liberty to build up his own logic, i.e., his own form of language, as he wishes. All that is required of him is that, if he wishes to discuss it, he must state his methods clearly, and give syntactical rules instead of philosophical arguments"[2].

Para Carnap, no tiene sentido preguntar cuál es la lógica correcta sin completar la pregunta con un "para…". No hay cuestiones fácticas que nos auxilien a la hora de escoger qué lógica pretendemos utilizar más allá de la constatación de que la lógica escogida se adecúa a ciertos propósitos en un momento dado. Cada uno está en libertad de construir su lenguaje o sistema lógico (o matemático) favorito. Lo único que se exige es claridad a la hora de presentarlo.

En el caso del pluralismo carnapiano las lógicas son diferentes *porque* los lenguajes son diferentes. Esto quiere decir que la variación en la lógica se debe a un cambio en el vocabulario, o en las reglas de formación, o en los axiomas o en las reglas de inferencia. Se advierte, entonces, que el pluralismo de Carnap es distinto del pluralismo que pretenden defender B & R. (Nótese que B & R no afirman que no hay pluralismo en el sentido de Carnap sino que además del pluralismo en el sentido carnapiano (pluralismo interlingüístico) hay un tipo más básico de pluralismo). Este pluralismo, que podemos llamar "intralingüístico", se da en un mismo lenguaje, y por ende, no depende de las variaciones lingüísticas.

Si tomamos *explosión*[3] como ejemplo, lo que B & R quieren decir al afirmar que son pluralistas es que

$A, \sim A \vdash_C B$ y no ($A, \sim A \vdash_R B$)

[2] (p.52)

[3] *Explosión* es el argumento de la forma $A \wedge \sim A \vdash B$, donde B es una fórmula arbitraria.

mientras que lo que Carnap quiere decir es que
$A, \sim_C A \vdash B$ y no ($A, \sim_R A \vdash B$)[4]
En el primer caso tenemos dos precisificaciones (admisibles) distintas de GTT para *un mismo lenguaje*, mientras que en el segundo caso tenemos *dos lenguajes distintos* donde, por lo menos, la negación ha cambiado de significado.
Veamos cómo se aplica esto al caso del pluralismo entre LPO y LSO. Si consideramos los lenguajes de primer orden y segundo orden como lenguajes formales, al ser claramente diferentes, se entiende que la relación de consecuencia difiere por la diferencia de lenguajes (recordemos que se agregan los cuantificadores de segundo orden y las reglas inferenciales que los rigen). El pluralismo, entonces, es interlinguístico. Sin embargo, si consideramos estos lenguajes como diferentes formas de traducir (las mismas) construcciones lingüísticas del lenguaje natural, la cuestión cambia. Las distintas formas de expresar una misma oración (o argumento) del lenguaje natural dan lugar a distintas nociones de consecuencia *en un mismo lenguaje*.
Por ejemplo, si tomamos la oración del lenguaje natural
(i) Si dos objetos tienen las mismas propiedades, son idénticos
utilizando un lenguaje de segundo orden, la simbolizamos del siguiente modo:
(ii) $\forall x\ \forall y\ (\ \forall X\ (\ Xx \equiv Xy\ ) \supset x = y\ )$
Esta fórmula es universalmente válida en segundo orden. Si, en cambio, formalizamos la oración de arriba usando un lenguaje de primer orden, estaremos ante una fórmula con interpretaciones que la hacen falsa[5].
Así vista, la pluralidad es intralingüística, y es del mismo tipo que la explicada en los capítulos anteriores entre la lógica clásica, la intuicionista y la relevante.

Cabos sueltos (*Loose Ends*)

Definición: el dialeteismo es la visión según la cual hay ciertas verdades cuyas negaciones son verdaderas.

El dialetesimo es una posición filosófica, pero al adoptar una teoría lógica el dialeteista está obligado a escoger una en la cual la relación de consecuencia sea paraconsistente.

Definición: Una relación de consecuencia es *paraconsistente* si y sólo si EFQ (o *explosión*) no vale en ella.

Las dos definiciones de arriba nos permiten ver por qué el dialeteista está obligado a comprometerse con una lógica paraconsistente. Si el dialeteista cree que $A \wedge \sim A$ es verdadera (para alguna A), y no acepta una lógica paraconsistente (i.e. acepta *explosión*), su posición inevitablemente se trivializa.
Ahora bien, hay varios modos de ser paraconsistente:

[4] Donde la "R" debe leerse como *relevante* y la "C" como *clásica*.
[5] Una traducción aproximada de (i) en primer orden es la siguiente: $\forall x\ \forall y\ \forall z\ (\ (\ Pz \wedge (\ Txz \equiv Tyz\ )\ ) \supset x=y)$

(1) Paraconsistencia débil: Hay cierta insatisfacción con las inferencias explosivas. El paraconsistente débil rechaza *explosión*.

(2) Paraconsistencia *fuerte*: Hay teorías inconsistentes interesantes e importantes que no son triviales (p.e., la teoría ingenua de la verdad o la teoría intuitiva de conjuntos).

(3) Paraconsistencia industrial: Algunas teorías inconsistentes *pueden* ser verdaderas[6].

(4) Dialeteismo: Hay teorías inconsistentes no-triviales que *son* verdaderas.

Está claro que cada nivel presupone el anterior. Pero Priest ha argumentado que cada nivel, además, implica a su sucesor; de modo que si uno se compromete con el grado n de paraconsistencia, encontrará razones para comprometerse con el grado $n+1$. Así, cualquier tipo de posición paraconsistente cae inevitablemente en el dialeteismo. Este es el argumento del *Slippery Slope*.
Priest además propone un desafío: si usted cree que hay teorías inconsistentes interesantes e importantes, ¿qué razón podría usted tener para descartar su verdad?
B & R aceptan que Priest quizás esté en lo cierto respecto de un paraconsistente monista, y aceptan también la obligación de pasar de (1) a (2) (sea uno monista o pluralista), pero afirman que el resto de los pasos son evitables si uno es pluralista. El pluralista puede comprometerse con (2) o con (3) sin ser dialeteista, evitando así el *Slippery Slope*.
La estrategia de B & R es apelar a *explosión* y su conversa:

Conversa de *explosión*: Si B se sigue de $A \wedge \sim A$, entonces si uno rechaza B, uno debería rechazar $A \wedge \sim A$.

Con este principio y con la validez de explosión, uno tiene razones para rechazar el dialeteismo. Ahora, ¿cómo puede el paraconsistente fuerte o industrial apelar a *explosión* o a su conversa, si es paraconsistente? Respuesta: siendo pluralista.
Si uno cree que es *imposible* que $A \wedge \sim A$ sea verdadera y B no verdadera, uno está aceptando que *explosión* es válida; en dicho caso, ¿puede uno ser un paraconsistente fuerte (o industrial)? Sí, pues el paraconsistente no necesita que tomemos todas las situaciones usadas para definir la consecuencia paraconsistente como si estuvieran representando la idea de lo posible. En tanto pluralistas, aceptamos que es imposible que $A \wedge \sim A$ no implique clásicamente a B, ya que aceptamos la validez clásica de *explosión*. Esto no quita, sin embargo, que seamos paraconsistentes, ya que la imposibilidad de la validez de una inferencia es compatible con su validez en situaciones inconsistentes o imposibles.
Por tanto, el pluralista impide que el argumento de Priest funcione invocando la validez clásica de *explosión* y, al mismo tiempo, defendiendo su invalidez paraconsistente. Esto

[6] B & R observan que si se acepta ´$\Diamond (A \wedge \sim A)$`, y se admiten también ´$\vdash \Box (A \vee \sim A)$`, ´$\Box B \vdash \sim \Diamond \sim B$`, y las leyes de de Morgan para la negación (todas ellas válidas en la semántica de Priest), entonces es difícil no comprometerse con la contradicción ´$\Diamond (A \wedge \sim A) \wedge \sim \Diamond (A \wedge \sim A)$`. Ante esta situación, el paraconsistente industrial evita caer en el dialeteismo rechazando o bien las leyes de de Morgan o bien la interdefinibilidad de $\Diamond$ con $\Box$.

quiere decir que, pese al argumento de Priest, uno puede ser paraconsistente (si es pluralista) sin ser dialeteista.

Copromiso débil vs compromiso fuerte

Lo que se busca aquí es clarificar el sentido en que un dialetesita puede ser pluralista. Para eso se introducen las siguientes definiciones:

Condición de actualidad: Una instancia de de GTT satisface la condición de actualidad (*actuality contraint*) si y sólo si el caso actual está en el dominio de cuantificación.

Compromiso fuerte: Alguien se compromete fuertemente con una relación de consecuencia si la considera una instancia de GTT y acepta que satisface la condición de actualidad.

Supongamos ahora que consideramos que las posibilidades quedan representadas por las situaciones completas y consistentes. Como hemos indicado, uno puede comprometerse con una noción relevante (paraconsistente) de consecuencia y con una noción constructiva de consecuencia, además de la noción clásica de consecuencia. ¿En qué sentido uno se compromete con estas lógicas? La respuesta es que uno se compromete *fuertemente* con esas lógicas, pues el "caso actual" (el caso que, por suposición, es completo y consistente) es un subcaso (o un caso especial) de los otros casos.
Los dialeteistas son diferentes. Un dialeteista no puede comprometerse *fuertemente* con una relación clásica de consecuencia ya que el caso actual, según el dialeteista, no es consistente. El problema está en el carácter explosivo de la noción de consecuencia.
El dialetesita, sin embargo, puede comprometerse *débilmente* con una relación explosiva de consecuencia. Es decir, el dialeteista debe dejar de lado la condición de actualidad.

Compromiso débil: Alguien se compromete débilmente con una relación de consecuencia si la considera una instancia admisible de GTT.

De las definiciones anteriores se sigue que alguien comprometido fuertemente con una instancia de GTT también está comprometido débilmente con ella (la inversa puede no cumplirse).
Las observaciones precedentes no implican que un dialeteista no pueda comprometerse fuertemente con ninguna lógica. Si modificamos, por ejemplo, NTP de modo tal que admita mundos inconsistentes, el dialetesita puede comprometerse fuertemente con NTP. Y si modificamos la semántica intuicionista de modo tal que se permitan construcciones inconsistentes, nuevamente, el compromiso del dialeteista vuelve a ser fuerte. En el caso de la relación de consecuencia relevante, el dialeteista puede comprometerse fuertemente sin que se realice ninguna modificación en la semántica.
Esto debería ser suficiente para mostrar que un dialeteista no es menos pluralista que un no dialeteista.