# PLURALISMO

Logica intuicionista o constructiva: Un tipo particular de account de consecuencia logica, distinta de la clasica y la de relevancia.

Una forma de introducirla es segun *construcciones*:
Damos cuenta de *validez por construccion*:
1)Primero indicando qué es ***construir*** una oracion
2)Segundo un argumento es ***constructivamente valido*** sii una construccion de premisas provee una construccion de la conclusion.

– – –

PRIMERO: La relacion entre logica intuicionista e intuisionismo

intuicionismo: La posicion filosofica sobe matematicas.
Brouwer 58‘ Heyting 57‘

Tesis: Las pruebas matematicas son correctas en tanto codifican las construcciones del sujeto creante.
Es un tipo de *constructivismo*.
Pero va más allá: sostiene que el razonamiento constructivo es requerido por la naturaleza de las entidades matematicas mismas.

Las entidades en cuestion son *construcciones del razonador en intuicion*; y tales entidades tienen solo las propiedades otorgadas a ellas por su construccion.

Dummet es el heroe de la causa de la logica intuicionista no solo en la representacion del razonar matematico, sino en semanticas mas generales.
Pero no es intuicionista posta porque ella no juega un rol crucial en la representacion.

Intuicionismo sobre objetos matematico es un tipo de ***anti-realismo***.
Las verdades sobre las entidades matematicas no pueden sobrepasar lo que podemos decir sobe ellas; lo que podemos decir sobre ellas no puede sobrepasar nuestras capacidades de describirlas.

El casamiento entre anti-realismo y razonar constructivista se lo considera algo mucho mas intimo que lo que dijimos.
Muchos los toman como si fueran juntos siempre.

Pero para nosotros son separables en un sentido: Hay una lectura de la logica clasica que es enteramente aceptable para el anti realista.

En este capitulo argumentaremos que se cumple vice-versa: Cualquiera puede razonar constructivamente, regardless de sus supuestos metafisicos.

Y, en un sentido, cualquiera ***debe*** razonar constructivamente.
La logica intuicionista debe ser liberada del intuicionismo y otras posiciones anti-realistas.

6.1 Cases como ***stages***.

Formalizaremos la imagen de “construcciones”.
tal como la logica clasica tiene sus mundos y la de relevancia sus sistemas, la intuicionista tiene ***sistemas de estadios***.

ESTADIOS puede pensarse como pasos en un en un proceso de construccion o verificacion.

6.1.1 DEFINICIONES

Stages:

1)Son potencialmente INCOMPLETOS: Es posible que un estadio ni verifique una claim ni su negacion. (*no necesitamos informacion total <u>en cada paso de nuestro enquiry</u>*)

2)Son potencialmente EXTENSIBLES: Un estadio s puede ser seguido de otro estadio s’:  s [ s’

3)Son parcialmente ordenados con la relacion [ de inclusion.
Inclusion es reflexiva (s [ s para cada estado s)
transitiva (si s [ s’ y s’ [ s’‘, ENT, s [ s’‘)
anti-simetrica (si s [ s’ y s’ [ s, ENT, s = s’ )

Semantica: La relacion entre proposiciones y estadios.

*Verdad de acuerdo a un estadio*
Si s[s’ y s ||- A, entonces s’ ||- A

Eso nos dice que la informacion proveida por estadios es ACUMULATIVA

*Cuantificadores*
¿Cuándo un objeto esta disponible para evaluacion en un estadio?

Tal como los estadios no son omnicientes sobre la info que garantizan, tampoco sobre los objetos sobre los que “saben algo”

Lo importante es que objetos disponibles en un estadio tambien lo estan en estadios posteriores.

si s[s’ i un objeto a esta disponible en s, ENT, esta disponible en s’

Conectivas logicas

s ||- A y B sii si s||-A y s ||- B
s ||- A o B sii s||-A o s||-B

IMPLICACION:

Vamos a querer que, al menos, si ||- A > B, ENT, s||-B si s||-A
Pero si s||-A>B y s [ s’, entonces, dado que todo lo verdadero en s tambien lo es en s’, necesitamos que

Si s’ ||- A ent s’||-B tambien.

def:

s||- A>B sii para cada s[s’, si s’||-A entonces s’||-B

NEGACION:
Lo mesmo:

Es mucho decir que s ||-¬A sii s |/|-A

Porque s *podria* estar incompleta respecto a la negacion

Dado que los estadios son consistentes, podemos decir que si s||-¬A ent s|/|-A

Incluso, si s [ s’ entonces s´ |/|-A

(¬A es la proposision incompatible con A más debil)

s||-¬A sii para cada s[s’, s|/|-A

Metateoremas:
Si _|_ es una proposicion no verdadera en ningun estadio, ENT, ¬A es equivalente (en el sentido de *ser verdadera en los mismos estadios*)

A>_|_

La idea: Los condicionales y las negaciones *imposibilitan* posteriores estadios.

CUANTIFICADORES

EXISTENCIAL

Como los estadios son incompletos respecto a los objetos avalibles en ellos, una afirmacion existencial ExAx requiere de un ***testigo disponible***:

s||- (Ex)Ax sii s ||- A(a) para algun a ***avalible*** en s

UNIVERSAL

No se puede decir que para todos los a ***disponibles*** en s (x)Ax es verdadero en s solo cuando A(a) es verdadero en s.

Porque por ahi *luego* encontremos un objeto como contraejemplo.

La cuantificacion universal debe contreñir posteriores estados tal como la negacion o el condicional.

s||- (x) Ax sii para cada s[s' y cada a ***disponible*** en s', s'||-A(a)

- Consecuencia logica -

Dado un sistema de estadios, decimos

Un argumento es valido respecto a ese sistema sii en cualquier estadio donde las premisas son verdaderas, tambien lo es la conclusion.

Un argumento es intuicionalmente valido sii es valido en todos los sistemas de estadios.

6.1.2 EJEMPLOS DE INFERENCIAS

*La inferencia de distribucion*

(x)A o B |- (x)A o (Ex)B

Es valido en clasica, pero no acá.

Es posible construir un sistema de estadios donde hay un s tal que (x)(A o B) es verdadero, pero (x)A o (Ex)B no:

Tomese dos estadios s1 s2
s1[s2
En s1 tenemos un objeto a disponible (y s1||-A(a) pero s1 |/|- B(a) )
En s2 tenemos disponible b (y s2||-A(b) pero s2 |/|- B(b) )

Podemos razonar asi:

s1||- (x)AoB porque en s1 a esta disp, Y s1||-A(a). (premisa verd)

En s2 igual , porque tenemos b

Peor en s1, no tenemos (Ex)B, porque s1|/|-B(a) y el unico q hay es a.

Pero hay otras inferencias que sí son constructivamente validas
como (x) (A>B) |- (Ex)A > (Ex)B

*Tercero excluido no es ley logica*

Porque la negacion *tambien* es incompleta
Los estadios proveen justificacion para algunoas cosas y no para otras.
Ent, tambien falla doble negacion.

- - -

Si un estado s no tiene descendientes propios, entonces, es tipo logica clasica.
Los “estadios finales” son “omnicienes”.

6.1.3 Interpretaciones
Que garcha son los estadios?

1) Estados de conocimiento: Los estadios NO SON estados arbitrarios de conocimiento.
Porque por muy constructivista uqe seas, sabemos que A o B, sin saber que A o sin saber B.
respecto de la disyuncion, los estadios son ***primarios***, mientras que los estados de conocimientos no necesariamente.
ASI QUE NO

2) GARANTIAS : Tampoco podemos decir uqe estadios sean lo que es garantizado por las pruebas.
Eso es mas bien algo para los estados de conocimiento.
Porque, podria armarse al menos un caso en que las garantias son primarias (concebidos como tipos especiales de evidencia,)

Pero, SI somos pluralistas, ENT, parece que cualquier cuerpo de informacion que proveamos proveera más de un tipo de garantia.
Dada cualquier coleccion de proposiciones garantizadas por algun tipo de garantia, podemos tomar sus consecuencias como garantizadas implicitamente por esas garantias, en log clasica por ejemplo.
ENT un pluralista debe permitir que la garantia supere la consecuencia constructivista.
*Al menos instancias de la ley del tercero tienen algun tipo de garantia*.

Garantias constructivas: Garantia es una idea que va bien.
Pensemos estadios como **garantias constructivas**.

El cuerpo de informaicon constructivamente garantizado en un estadio no es necesariamente *todo lo que puede ser inferido con toda la maquinaria logica a mano*.

SINO SOLO lo que puede ser inferido constructivamente.

Por ejemplo, disyunciones garantizadas deben tener disyunciones witnessing.

Por ejemplo, afirmaciones existenciales garantizadas deben tener objetos disponibles de testificantes.

Estas restricciones hacen que no todo razonamiento clasico se mantenga.

Tal como en matematicas clasicas, el objetivo de las matematicas constructivas es comprender las estructuras matematicas y probar teoremas sobre ellas.

Sin embargo, probarlos con contenido constructivo.

Si una oracion afirmando la existencia de algun objeto esta probada constructivamente, ENT, la prueba va a contener las maneras de especificar el objeto o estructura en cuestion.

Wittgenstein ilustra las ventajas de la prueba constructiva respecto al entendimiento:

Una prueba te convence de que existe la raiz de una ecuacion, sin decirte *donde*. ¿Cómo sabes que entendes la prpoosicionde que hay una raiz?

Esta ventaja de las matematicas constructivas esta garantizada por la estructura de las pruebas constructivas y la naturaleza de la garantia constructiva:

Toda prueba intuicionista valida de un existencial prueba una instancia de ese cuantificador.

La GARANTIA CONSTRUCTIVA es *local y modesta* (permite gaps e incomplecion) PERO al mismo tiempo esta *totalmente especificada* (las disyunciones no quedan colgadas sin disyuntos testificantes, o los existenciales  sin testigos.

6.2 ADMISIBILIDAD

Una cosa es que se pueda tener un sistema formal que modela el razonar y distingue entre lo que puede ser construido y lo que no.

Otra cosa es que el sistema pueda llamarsele LOGICA.

PARA ESO hay que mostrar que las distinciones dibujadas por la logica intuicionista se aplican a GTT, y que su nocion de CL cuenta como necesaria, formal y normativa.

6.2.1 Estadios como casos

LI es un caso de GTT

Esto se hace mostrando como la semantica de estadios funciona como precisificacion de "caso".

Un argumento es valido sii para cualquier estadio (en cualquier modelo) donde las premisas son satisfechas, tambien lo es la conclusion.

Estadios son muy distintos a modelos tarskianos o mundos posibles, son mas tipo situaciones en semanticas de relevancia.

Pero con la *modestia* de que la informacion preservada en un estadio satisface las restricciones constructivistas.

Pero la semantica consigue esto no agregando un "filtro" a una semantica ortodoxa (como hariamos con teoria de la computabilidad) sino que lo hace surgir de la naturaleze misma de los estadios.

El hecho de que haya estadios donde las tautologias clasicas (a o ¬a) fallan no se ocupa del problema de si esas tautologias son de hecho verdaderas, tal como cuando en logica clasica hay modelos donde verdades contingentes fallan (significando que algo es dudoso, pero no falso)

La falla de ao¬a en ciertos estadios es signo de la INCOMPLECION DE ESOS ESTADIOS, y un signo del contenido constructivo de estas tautologicas clasicas que fallan en la intuicionista.

Es posible que resulte que el mundo actual coincida con la logica clasica.

Lo que de podria de hecho ser verdad (o necesariamente verdadero) podria estar más allá de lo que esta o aquella logica podrian ser capaces de decirnos.

6.2.2 NECESIDAD

Es necesaria si notamos que hemos dijimos que sí en logia clasica, y que todos los argumentos intuicionistas son clasicamente validos.

ADEMAS: Lo que es necesario, es verdadero en toda circunstancia posible.

¿lo que se da en todo estadio, es necesario?

SI: Porque cada condicion de verdad en un estadio es satisfecha por circunstancias posibles.

6.2.3 FORMALIDAD

Es formal en alguno de los sentidos dados?

Esquematica: Sí, como cualquier nocion para un lenguaje de predicados.
I-formal: La distinfcion valido/invalido que da es constitutiva para las reglas del pensamiento? Lo vemos en la seccion que viene.

Consecuencia I se aplica al contenido como tal?

  Si: LI agarra caracteristicas estructurales relevantes a cualquier contenido.

Estadios son aplicables a cualquier tema.

2-formal: LI es indiferente a la identidad particular de los objetos?

  Sí:

3-formal: LI se abstrae del contenido semantico del pensamiento?

  Sí: LI se abstrae de todo asunto semantico. No hay mas que extension para cada predicado.

    Aca tiene mas onda que logica clasica, porque permite mas distinciones (tal como con relevancia).

6.2.4 NORMATIVIDAD

Que tipo de errores se hacen con argumentos constructivamente invalidos?

  Errores de construccion.

    Basicamente: La conclusion va mas alla de lo que se ha dicho en las premisas.

$A \vdash B \text{ o } \neg B$

  El argumento falla porque el contenido constructivo de B o¬B es no trivial, y no verdadero donde sea.

    Es verdadero en estadios que deciden que B en la afirmativa de negativa. Ent, inferirla de la premisa A es cortar camino de posibles estadios a evaluar.

  La inferencia es invalida PORQUE no todo estadio decide B.

6.3 APLICACIONES

6.3.1 razonar matematico

Ejemplo de shapiro que ilustra el rol de la construccion en el razonar y la prueba:

. . .
El lenguaje constructivo sirve para ilustrar cosas que no se podrian construir.
EL PROFESOR ESTA EQUIVOCADO EN PENSAR QUE UNA TAREA INFINITA ES IMPOSIBLE. Blah boludez matematica rebuscada.

6.3.2. garantia constructiva

lo que dijo shapiro se aplica a cualquier objeto, no solo matematico.

Todo se trata del proceso de construir, y no de los objetos construidos.

Alguons han marcado que semanticas involucrando estadios, como garantias constructivas, ayudan a las semanticas de lenguajes naturales.