Mares "Relevant Logic"

Resumen del capítulo 5 "Negación"

Motivación

Una de las motivaciones centrales para la lógica relevante es evitar las paradojas de implicación.

(S2) A → (B v ~B)

(S3) (A ^ ~A) → B

El único modo de impedir que se (S2) sea válida es aceptando situaciones que no sean bivalentes (donde para al menos alguna fórmula B, no sea verdadera ni B ni su negación). Éstas serían <u>'situaciones parciales'</u>. Para rechazar (S3) tenemos que aceptar <u>situaciones inconsistentes</u> que *hagan* verdadera (A ^ ~ A).

Lógica clásica

La condición de verdad para la negación la trata a ésta como 'fracaso'

'~A' es verdadera en *s* sii 'A' fracasa en ser verdadera en *s*.

Nos fuerza a hacer todas las situaciones bivalentes y consistentes. Para toda situación, o bien A es verdadera, o bien fracasa en ser verdadera, y ninguna situación acepta ambas posibilidades.

Priest sostiene que esta condición no nos fuerza a aceptar bivalencia y consistencia de todas las situaciones ya que esas consecuencias dependen del metalenguaje. Pero Mares acepta una metalógica clásica.

Semántica de Goldblatt

Esta semántica es una teoría de conjuntos, de modo que contiene un conjunto de índices y relaciones sobre ellos. Los índices en este caso se entienden como resultados de experimentos del tipo de física cuántica. Algunos de estos resultados son compatibles entre sí, y otros no.

Se introduce al conjunto de resultados una relación binaria ⊥ que es la relación 'ortogonal'. Esta relación captura la noción de dos resultados excluyéndose entre sí. Siendo *a* y *b* posibles resultados de experimentos, *a* ⊥ *b* significa que *a* y *b* se excluyen entre sí de existir. Entonces tenemos la siguiente condición de verdad para la negación:

$$‘\sim A’ \text{ sii es verdadera en } s \text{ si y sólo si } \forall x \,(‘A’ \text{ es verdadera en } x \supset a \perp x)$$

O sea, *a* hace verdadera ‘~A’ si y sólo si todos los resultados que hagan verdadera a ‘A’ son excluidos por *a*.

Si pasamos esto a lógica relevante podemos afirmar que una situación puede excluir a otra de obtenerse en el mismo mundo. De modo que habrá situaciones que serán compatibles entre sí, y otras que no.

Semántica de Dunn

En vez de tratar a la negación en términos de incompatibilidad, como Goldblatt, Dunn lo hace a partir de su complemento, la *compatibilidad* (C). C*st* vale si y sólo si *s* y *t* no son incompatibles. Luego, tenemos la siguiente condición de verdad para la negación:

$$s \vDash \sim A \text{ sii } \forall x \,(Csx \supset x \nvDash A)$$

Una situación hace verdadera a ~A si y sólo si toda situación compatible con *s* falla al hacer verdadera a A.

Parcialidad

Consideremos la situación que consiste de la información que está disponible para mí. Incluye qué es lo que está sucediendo con mi estudio mientras escribo esto y qué puedo ver por la ventana. Nada de lo que sucede acá hace verdadero que esté lloviendo en Toronto. Pero las situaciones en las cuales está lloviendo en Toronto son compatibles con mi situación, de modo que ni ‘Está lloviendo en Toronto’ ni ‘No está lloviendo en Toronto’ son verdaderas en esta situación. De este modo la bivalencia no se aplica en esta situación, lo que la convierte en una situación parcial.

Inconsistencia

Consideremos la situación *s* en la cual mi perro Balu es todo blanco y todo negro a la vez. Ésta situación no es compatible con ella misma, pero podemos figurarnos a alguien que dice cosas incompatibles respecto de algo, por ejemplo, sobre el color de Balu. La representación del mundo de esa persona es incompatible con sí misma. Las situaciones son representaciones y pueden ser incompatibles con ellas mismas en modo similar. Cuando una situación *s* es incompatible con ella misma, es posible que haga verdadera una fórmula A, pero A falle en ser verdadera en toda situación compatible con *s*. De este modo, de acuerdo con el condicional de verdad para la negación, *s* hace verdadera tanto a A como a su negación.

Restricciones de la compatibilidad

La relación de compatibilidad no puede ser **reflexiva** dado que hay situaciones que no son compatibles con ellas mismas.

Debe ser **simétrica**, esto es que, para todas las situaciones *s* y *t*,

Si C*st*, entonces C*ts*.

Se trata a 'C*st*' sosteniendo que *s* y *t* son compatibles entre sí, y ser compatible entre sí es ser **simétrico**. La simetría de C hace válida la inferencia en una situación de cualquier proposición A a su doble negación ~~A. Esto hace válida la regla de introducción de la doble negación en deducción natural.

(~~ I) De A_a se infiere $\sim\sim A_a$.

La dirección contraria

(~~ E) De ~~ A_a se infiere A_a.

Es más complicado hacerla válida. La semántica que le corresponde a esta regla es que, para toda situación *s* hay alguna situación *x* tal que C*sx* y para todas las situaciones *y* tal que C*xy*, *y* ≤ *s*. Si bien este modo es muy complicado, hay otro de capturar la eliminación de la doble negación. Se puede agregar un postulado que diga que para cada situación *s* hay una situación maximal *t* tal que C*st*.

(postulado estrella) ∃*x* (C*sx* & ∀*y* (C*sy* ⊃ *y* ≤ *x*)

Dado este postulado podemos definir un operador en el conjunto de situaciones. El operador fui introducido por Richard y Val Routhley. La estrella de la situación *s*, *s**, es la situación maximal compatible con *s*. El postulado asegura que hay una *s** para cada situación *s*. De agregar el postulado estrella y el operador estrella a la semántica se puede derivar la equivalencia:

'~A' es verdadera en *s* sii 'A' falla siendo verdadera en *s**.

Y se puede agregar el postulado siguiente para hacer válida la eliminación de la negación:

*s*** = *s*.

El operador estrella permite una semántica para una negación DeMorgan. Este tipo de negación tiene introducción y eliminación de la doble negación y satisface leyes DeMorgan como ~(A ^ B) ↔ (~A v ~B) y ~(A v B) ↔ (~A ^ ~B).

El compromiso con que para cada situación *s* hay alguna situación maximal *s** no es algo que no se cuestione.

Situaciones mundanas

Una situación mundana es una situación lógica que *cubre exactamente* un mundo. Una situación lógica *s* es mundana si y sólo si hay algún mundo *w* tal que *s* obtiene mínimamente a *w* y, para todas las situaciones t que obtienen a *w*, $t \leq s$. Las situaciones mundanas son aquellas que son maximalemente consistentes. Son consistentes, de modo que son compatibles con sí mismas, pero también son completas. Esto es, si *s* es mundana y C*st*, entonces *t* es una parte de s ($t \leq s$). (justificación pp. 80)

Al agregar la definición del operador estrella y los postulados encontramos que, para todas las situaciones mundanas *s* podemos mostrar que

$$s = s^*$$

Así, dada la condición de verdad para la negación en términos de la estrella podemos mostrar que, para todas las situaciones mundanas s

'~A' es verdadero en *s* sii 'A' falla en ser verdadero en *s*.

La condición de verdad clásica de la negación. Así, se puede mostrar que, si *s* es una situación mundana, entonces satisface dos principios semánticos importantes. El primero es **bivalencia**:

O bien 'A' o bien '~A' es verdadero en *s*.

El otro es el principio de **consistencia**:

No es el caso de que 'A' y '~A' sean verdaderos en *s*.

De modo que cuando nos restringimos a situaciones mundanas la negación se comporta clásicamente. En situaciones mundanas también la conjunción y la disyunción se comportan de manera clásica. Y todos los teoremas de lógica clásica que puedan ser expresados mediante variables proposicionales, conjunción, disyunción, negación y paréntesis son verdaderos en todas las situaciones mundanas. Así, todos los teoremas de la lógica clásica pueden expresarse en un fragmento de la lógica relevante. El comportamiento clásico de las conectivas nos permite, cuando restringimos las inferencias a ser sobre situaciones mundanas, a usar todas las reglas clásicas de deducción.

Similitudes con la negación intuicionista

Se puede tratar a la negación en la semántica para la lógica R tomando como primitivos el conjunto de situaciones, el conjunto de situaciones mundanas y la relación ternaria de accesibilidad. Se considera la clase de situaciones posibles, y se trata como proposición a las situaciones que no perteneces a esta clase (situaciones imposibles). A esa proposición se la llama *f* y se la lee como 'Ocurre algo imposible'. Utilizando esta constante se puede definir la negación como

$\sim A =_{df} A \rightarrow f.$

Esta clase de definición implicacional de la negación tiene cierta similitud con la de la lógica intuicionista, pero en este caso la constante falsa *f* expresa una proposición que contiene situaciones.

No todas las contradicciones se crean igual

La visión de que todas las imposibilidades son equivalentes y que se todas expresan la misma proposición es rechazada ya que no se acepta que todas las contradicciones impliquen toda la proposición.

Esto se sustenta invalidando el argumento de Hardly con el que demuestra que de 2+2=5, entonces él y el Papa son el mismo. La invalidación tiene lugar cuando se rechaza la regla de transitividad de la identidad utilizada en el argumento.

Argumentos sobre la negación

Los argumentos que se presentan pertenecen a Williamson y a Lewis. Se utiliza '$s \vDash A$' para significar ''A' es verdadera en *s*'. Ambos argumentos utilizan la siguiente regla: para toda formula A y toda situación *s*,

$$(N)\ s \vDash \sim A \text{ sii No } s \vDash A.$$

En la notación que se viene utilizando el argumento de Williamson se puede reescribir como

1. No ($s \vDash A$ or $s \vDash \sim A$)	hyp
2. No ($s \vDash A$ or No $s \vDash A$)	1, (N)
3. No $s \vDash A$ y No No $s \vDash A$	2, ley de DeMorgan
4. No $s \vDash A$ y $s \vDash A$	3, eliminación doble negación

El argumento de Lewis deriva una conclusión similar de la premisa de que hay situaciones inconsistentes. Si bien el argumento es sobre montañas, se lo puede convertir en un argumento sobre situaciones de modo que, en abstracto, el argumento es el siguiente:

1. $s \vDash A \wedge \sim A$	hyp
2. $s \vDash A$	1, Cond. verdad conjunción
3. $s \vDash \sim A$	1, Cond. verdad conjunción
4. No $s \vDash A$	3, (N)
5. $s \vDash A$ y No $s \vDash A$	2, 4

En ambos argumentos se concluyen contradicciones partiendo de supuestos que se utilizan en el caso de la lógica relvante.

El problema se encuentra en asumir que nuestro lenguaje objeto negación debe ser interpretado en el modo sencillo en términos de una negación metalingüística. (Esto es así para casos como el de la conjunción). En el caso de la negación esto no puede darse debido a la naturaleza dual de las situaciones: las situaciones son a la vez índices primarios en los que las oraciones son verdaderas o falsas, y la base para una teoría de información. Una situación *s* hace una oración 'A' verdadera si y sólo si *s* contiene la información de A. Ésta es una forma informacional del esquema T de Tarski. Pero no es cierto que sea el caso de que una situación contiene la información de A si y sólo si no contiene la información de no-A. De modo que se debe rechazar la dirección derecha-a-izquierda de (N). Así se rechaza 'Nrl':

(Nrl) Si No $s \vDash A$, $s \vDash \sim A$.

Luego, queda 'Nlr':

(Nlr) Si $s \vDash \sim A$, No $s \vDash A$.

Este se rechaza hacienda dos cosas. Primero, justificando que se acepten en el modelo situaciones inconsistentes, y segundo, mostrando que hay una semántica de la negación inteligible que no implica Nlr. Esa semántica es la que se obtienen a partir de la relación de compatibilidad entre situaciones.

Las **semánticas de cuatro valuaciones** son descartadas dado que, cuando no significan un retroceso, dado que no incluyen condiciones de verdad para el caso de implicación, como en el caso de la de Dunn, son demasiado complicadas, como en el caso de Routhley y Meyer, o no han sido suficientemente desarrolladas, como en el caso de Restall y del mismo Mares.

Paraconsistencia

La lógica relevante rechaza el ex falso en ambas formas:

$.A_{\alpha}$
$\sim A_{\beta}$

$:. B_{\alpha \cup \beta}$

Y

$.A_{\alpha}$
$\sim A_{\alpha}$

$:. B_{\alpha}$

Cuando se adopta la posición paraconsistente, se la puede adoptar de dos manera: siendo dialeteísta, lo que quiere decir que se sostiene que hay contradicciones verdadera, como lo hacen Priest y Sylvan, o siendo doxástico, aceptando que hay teorías inconsistentes interesantes y fructíferas, como sostiene en este libro Mares.

La respuesta de los doxásticos frente al argumento de Priest (pp. 91) es que las teorías inconsistentes pueden ser fructíferas dado que muchas de ellas han aproximado a la ciencia a teorías consistentes que se han demostrado verdaderas. Esta explicación sumada a la profunda intuición de que no hay contradicciones verdaderas, le devuelve la carga de la prueba a Priest.

La **negación Booleana**, si bien es entendida en términos de negación metalingüística, no puede ser adoptada debido a la parcialidad de información en las situaciones de la lógica relevante: la negación Booleana de una proposición no es siempre una pieza de información persistente, o sea que no es siempre una proposición. Si bien se puede modificar la semántica para poder adoptar esta negación, se deben dejar de sostener cosas como que (1) una oración es verdadera en un mundo si y sólo si es verdadera en alguna situación que se obtiene en ese mundo, y (2) para alguna oración 'A' hay un mundo posible *w* y situaciones *s* y *t* tales que tanto *s* como *t* son obtenidas en *w* y 'A' es verdadera en *s* pero no en *t*. Adoptar esto llevaría a adoptar una visión radicalmente no clásica de la negación Booleana y rechazar la verdadera motivación detrás de ella.

Con el fin de retener situaciones mundanas y, con ellas, las tautologías de la lógica clásica, se acepta una teoría a la Tarski en la cual se pueden contener **operadores de denegación** sólo en la metateoría, sin que formen parte del lenguaje.